TRƯỜNG THPT THĂNG LONG **KỲ THI THỬ TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT ĐỢT I**

MÔN THI: TOÁN

Ngày thi: 25 tháng 02 năm 2018

Thời giam làm bài : 120 phút(không kể thời gian giao đề)

Bài I *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức: $A=\frac{2x-3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{x}+2x-2}{\sqrt{x}+2}$ với $x\ge 0$ và $x\ne 4$

1) Tính giá trị của A khi $x=4-2\sqrt{3}$

2) Tìm giá trị của x để $B=A+1$

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C=B-A$

Bài II *(2 điểm)*

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một khoảng thời gian đã định. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc ban đầu.

Bài III *(2 điểm)*

1) Giải hệ phương trình : $\begin{cases}\sqrt{\frac{x+3}{x}}+\frac{2y}{y-2}=8\\ 2\sqrt{\frac{x+3}{x}}+\frac{3y}{y-2}=13\end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1): y=-mx+m+1$ **và** $(d_2): y=\frac{1}{m}x-1-\frac{5}{m}$ với m là tham số khác 0 .

a) Chứng minh rằng (d_1) và (d_2) luôn vuông góc với nhau với mọi giá trị của tham số $m\ne 0$.

b) Tìm điểm cố định mà đường thẳng (d_1) luôn đi qua . Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng luôn thuộc một đường cố định.

Bài IV *(3,5 điểm).* Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Điểm A thuộc đường tròn, BC là một đường kính $(A\ne B, A\ne C)$. Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Gọi E,M lần lượt là trung điểm của AB, AH và P là giao điểm của OE với tiếp tuyến tại A của đường tròn (O,R).

1) Chứng minh rằng: $AB^2=BH.BC$

2) Chứng minh: PB là tiếp tuyến của đường tròn (O)

3) Chứng minh ba điểm P,M,C thẳng hàng.

4) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng PA với tiếp tuyến tại C của đường tròn (O). Khi A thay đổi trên đường tròn (O), tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $OP+OQ$.

Bài V *(0,5 điểm)*

Cho các số thực không âm x,y,z thỏa mãn: $x\le 1, y\le 1, z\le 1$ và $x+y+z=\frac{3}{2}$. Tím giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^2+y^2+z^2$

Đáp án

Câu 1: *(2,0 điểm)*

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{2x-3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x^3}-\sqrt{x}+2x-2}{\sqrt{x}+2}$ với $x\ge 0$ và $x\ne 4$.

1. Tính giá trị của A khi $x=4-2\sqrt{3}$.

2. Tìm giá trị của x để $B=A+1$.

3. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C=B-A$.

Lời giải.

Với $x\ge 0; x\ne 4$, ta có:

$$A=\frac{2x-3\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}=\frac{\left(2x-4\sqrt{x}\right)+\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}-2}=\frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)+\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}-2}$$
$$=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(2\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)}=2\sqrt{x}+1.$$

$$B=\frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{x}+2x-2}{\sqrt{x}+2}=\frac{\left(\sqrt{x^3}-\sqrt{x}\right)+(2x-2)}{\sqrt{x}+2}=\frac{\sqrt{x}(x-1)+2(x-1)}{\sqrt{x}+2}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)(x-1)}{\left(\sqrt{x}+2\right)}=x-1.$$

1. Khi $x=4-2\sqrt{3}=3-2\sqrt{3}+1=\left(\sqrt{3}-1\right)^2$, thay vào A, ta được

   $A=2\sqrt{x}+1=2\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}+1=2\left(\sqrt{3}-1\right)+1=2\sqrt{3}-1$.

   Vậy $x=4-2\sqrt{3}$ thì $A=2\sqrt{3}-1$.

2. $B=A+1 \Leftrightarrow x-1=2\sqrt{x}+1+1$
   $\Leftrightarrow x-2\sqrt{x}-3=0$
   $\Leftrightarrow \left(x+\sqrt{x}\right)-\left(3\sqrt{x}+3\right)=0$
   $\Leftrightarrow \sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)-3\left(\sqrt{x}+1\right)=0$
   $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)=0$
   $\Leftrightarrow \sqrt{x}-3=0$ (Vì $\sqrt{x}\ge 0, \forall x\ge 0, x\ne 4$ nên $\sqrt{x}+1>0$)
   $\Leftrightarrow x=9$.

   Vậy $x=9$ thì $B=A+1$.

3. $C=B-A=(x-1)-\left(2\sqrt{x}+1\right)=x-2\sqrt{x}-2=\left(x-2\sqrt{x}+1\right)-3=\left(\sqrt{x}-1\right)^2-3$

Với $\forall x\ge 0; x\ne 4$ thì $\left(\sqrt{x}-1\right)^2\ge 0$, nên $\left(\sqrt{x}-1\right)^2-3\ge -3$.

Dấu bằng xảy ra khi $\left(\sqrt{x}-1\right)^2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C=B-A$ là -3 khi $x=1$.

Câu 2: *(2 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*
Một ô tô dự định đi từ A đến B trong một thời gian đã định. Nếu xe chạy với vận tốc 35km/h thì đến B chậm mất 2 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 50km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ. Tính quãng đường AB và thời gian dự định đi lúc ban đầu.

Lời giải.

Gọi x (giờ) là thời gian dự định đi lúc ban đầu. ($x>0$)
Theo đề bài ta có phương trình sau:
$35\left(x+2\right)=50\left(x-1\right)$
$\Leftrightarrow 35x+70=50x-50$
$\Leftrightarrow 15x=120$
$\Leftrightarrow x=8$ (nhận)
Vậy thời gian dự định đi lúc ban đầu là 8 (giờ)
Quãng đường AB là $35\left(8+2\right)=350$ (km)

Câu 3:

1,giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x+3}{x}}+\dfrac{2y}{y-2}=8\\ 2\sqrt{\dfrac{x+3}{x}}+\dfrac{3y}{y-2}=13\end{cases}$

Lời giải.

Đặt $\begin{cases}\sqrt{\dfrac{x+3}{x}}=a\left(a\ge 0\right)\\ \dfrac{y}{y-2}=b\left(b>0\right)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+2b=8\\ 2a+3b=13\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\ b=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{\dfrac{x+3}{x}}=2\\ \dfrac{y}{y-2}=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1\\ y=3\end{cases}$

2, Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d_1):$\left(d_1\right): \mathrm{y}=-\mathrm{mx}+\mathrm{m}+1$ và

$\left(d_2\right): \mathrm{y}=\dfrac{1}{\mathrm{m}}\mathrm{x}-1-\dfrac{5}{\mathrm{m}}$ với m là tham số khác 0.

a, Chứng minh rằng (d_1) và (d_2) luôn vuông góc với mọi giá trị của tham số $m\neq 0$.

b, Tìm điểm cố định mà đường thẳng (d_1) luôn đi qua. Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng luôn thuộc một đường cố định

Lời giải.

a, Hệ số góc của đường thẳng (d_1) là –m và hệ số góc của đường thẳng (d_2) là $\dfrac{1}{m}$.

Xét tích của các hệ số góc của hai đường thẳng (d_1) và (d_2):

$-m.\dfrac{1}{m}=-1$ nên hai đường thẳng (d_1) và (d_2) vuông góc với nhau với mọi giá trị của m.

b, $\left(d_1\right): \mathrm{y}=-\mathrm{mx}+\mathrm{m}+1$ $\qquad$ $\left(d_2\right): \mathrm{y}=\dfrac{1}{\mathrm{m}}\mathrm{x}-1-\dfrac{5}{\mathrm{m}}$

Giả sử $M(x_0;y_0)$ là giao điểm của (d1) và (d2)

$y_0-1=m(1-x_0)$

$y_0+1=\dfrac{1}{m}(x_0-5)$

$\Rightarrow (y_0+1)(y_0-1)=(1-x_0)(x_0-5)$

$y_0^2-1=-x_0^2+6x_0-4$

$(x_0-3)^2+y_0^2=5$

Giả sử $I(3;0)\in$ mặt phẳng tọa độ

Ta có $IM=\sqrt{(x_0-3)^2+y_0^2}=\sqrt{5}$ không đổi.

Vậy M thuộc đường tròn tâm I bán kính $\sqrt{5}$

Câu 4: *(3,5 điểm).* Cho đường tròn tâm O, bán kính R. Điểm A thuộc đường tròn, BC là một đường kính $(A\neq B, A\neq C)$. Vẽ AH vuông góc với BC tại H. Gọi E,M lần lượt là trung điểm của AB, AH và P là giao điểm của OE với tiếp tuyến tại A của đường tròn (O,R).

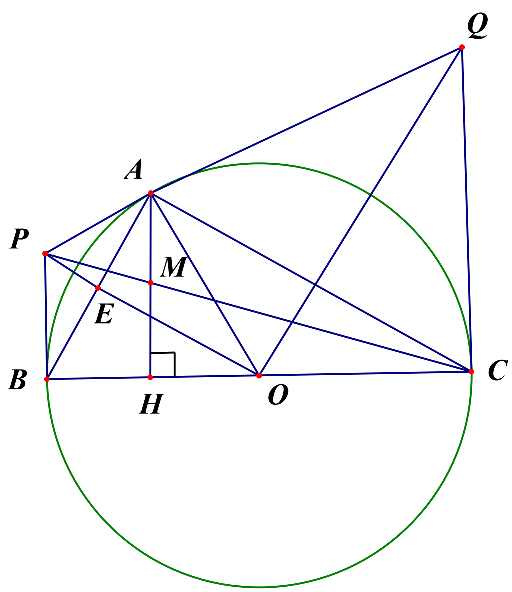
1) Chứng minh rằng: $AB^2=BH.BC$

2) Chứng minh: PB là tiếp tuyến của đường tròn (O)

3) Chứng minh ba điểm P,M,C thẳng hàng.

4) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng PA với tiếp tuyến tại C của đường tròn (O). Khi A thay đổi trên đường tròn (O), tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $OP+OQ$.

Lời giải.



1) Chứng minh rằng: $AB^2=BH.BC$

Xét ΔABC vuông tại A $\Rightarrow$ $AB^2=BH.BC$

2) Chứng minh: PB là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Có E là trung điểm của AB $\Rightarrow$ $AB\perp OE$ $\Rightarrow$ OE là đường trung trực của AB

$\Rightarrow\ PA = PB\ \Rightarrow\ \Delta OPA = \Delta OPB(c-c-c)\ \Rightarrow\ \widehat{PAO} = \widehat{PBO} = 90^0 \Rightarrow PB \perp AO$

$\Rightarrow\ PB$ là tiếp tuyến của đường tròn (O)

3) Chứng minh ba điểm P, M, C thẳng hàng.

Giả sử PC cắt AH tại N

Ta chứng minh được $\dfrac{PE}{PO} = \dfrac{BH}{BC}$ mà $\dfrac{BH}{BC} = \dfrac{CN}{CP}$

$\Rightarrow\ \dfrac{PE}{PO} = \dfrac{CN}{CP}\ \Rightarrow\ \Rightarrow \Delta PNE \sim \Delta PCO(c-g-c)$

$\Rightarrow\ \widehat{PNE} = \widehat{PCO}$ mà hai góc ở vị trí so le trong $\Rightarrow\ NE \parallel OC \Rightarrow\ NE \parallel BH$

Lại có E là trung điểm của $AB\ \Rightarrow\ N$ là trung điểm $AH\ \Rightarrow\ N \equiv M$

Vậy P, M, C thẳng hàng.

4) Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng $OP + OQ$.

Theo bất đẳng thức cô si ta có

$OP + OQ \geq 2\sqrt{OP.OQ}$

Mà $OP.OQ = OA.PQ = PQ.R$

$\Rightarrow\ OP.OQ$ đạt giá trị nhỏ nhất khi PQ nhỏ nhất $\Leftrightarrow PQ$ là khoảng cách giữa hai đường BP và CQ

$\Rightarrow\ PQ \parallel BC\ \Rightarrow\ A$ là điểm chính giữa đường tròn.

Câu 5: (0,5 điểm)

Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x \leq 1, y \leq 1, z \leq 1$ và $x + y + z = \dfrac{3}{2}$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + z^2$

Lời giải.

Tìm giá trị lớn nhất

Ta có $0 \leq x, y, z \leq 1$. Do vai trò x, y , z như nhau nên giả sử $x \geq y \geq z$. Khi đó $1 \geq x \geq \dfrac{1}{2}$

Ta có

$$y + z = \frac{3}{2} - x \Rightarrow y^2 + z^2 + 2yz = \frac{9}{4} - 3x + x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = \frac{9}{4} - 3x + 2x^2 - 2yz \leq \frac{9}{4} - 3x + 2x^2 = \frac{5}{4} + (x-1)(2x-1) \leq \frac{5}{4}$$

Vậy $P \leq \dfrac{5}{4}$

Vậy $Max\,P = \dfrac{5}{4}$ khi $(x, y, z) = \left(1; \dfrac{1}{2}; 0\right)$ và các hoán vị x, y, z

Tìm giá trị nhỏ nhất

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương , ta có $x^2 + \dfrac{1}{4} \geq 2\sqrt{x^2.\dfrac{1}{4}} = x$

Tương tự $y^2+\frac{1}{4}\ge y;\ z^2+\frac{1}{4}\ge z$

Cộng theo vế các bất đẳng thức ta có $x^2+y^2+z^2+\frac{3}{4}\ge x+y+z=\frac{3}{2}$

Hay $x^2+y^2+z^2\ge\frac{3}{2}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z=\frac{1}{2}$.

Vậy Min P = $\frac{3}{2}$ khi $x=y=z=\frac{1}{2}$.