

A. LÝ THUYẾT

I. ĐẠI SỐ

1. Căn thức bậc hai và căn thức bậc ba của biểu thức đại số
2. Một số phép biến đổi căn thức bậc hai của biểu thức đại số
3. Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng, biểu đồ
4. Tần số. Tần số tương đối
5. Tần số ghép nhóm. Tần số tương đối ghép nhóm.
6. Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu. Xác suất của biến cố.
7. Hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)
8. Phương trình bậc hai một ẩn.
9. Định lí Viète.

II. HÌNH HỌC.

1. Đường tròn ngoại tiếp tam giác. Đường tròn nội tiếp tam giác
2. Tứ giác nội tiếp đường tròn
3. Đa giác đều. Hình đa giác đều trong thực tiễn.
4. Phép quay.
5. Hình trụ; hình nón; hình cầu

B. BÀI TẬP

Dạng 1. Rút gọn biểu thức và câu hỏi phụ

Bài 1. Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ ($x \geq 0; x \neq 9$)

- a) Rút gọn biểu thức A .
- b) Tìm giá trị của x để $A = \frac{1}{3}$
- c) Tìm giá trị lớn nhất của A

Bài 2. Cho hai biểu thức $A = \frac{x+7}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{6\sqrt{x}}{9-x} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$ (với $x \geq 0; x \neq 9$)

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 49$.
- 2) Rút gọn B .
- 3) Cho $M = A \cdot B$. Tìm x để M đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 3. Cho hai biểu thức:

$$A = \frac{x+2}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} \text{ và } B = \frac{1}{\sqrt{x}+2} \text{ với } x \geq 0; x \neq 1$$

- 1) Tính giá trị của B khi $x = 25$.
- 2) Rút gọn biểu thức $M = \frac{A}{B}$.
- 3) Tìm số thực x thỏa mãn $M^2 - M = 2$.

Bài 4. Cho các biểu thức

$$A = \frac{3\sqrt{x}-6}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} \text{ với } x > 0; x \neq 4.$$

- 1) Tính giá trị của B khi $x = 25$
- 2) Chứng minh $Q = A \cdot B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$
- 3) Tìm các số nguyên x để $\sqrt{Q} < \frac{\sqrt{4}}{3}$

Bài 5. Cho biểu thức $P = \frac{\sqrt{x}+8}{3\sqrt{x}}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{7\sqrt{x}+3}{9-x}$

với $x \geq 0$ và $x \neq 9$

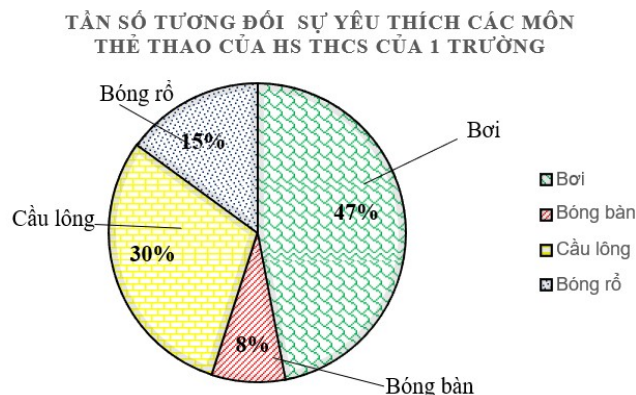
1) Tính giá trị của biểu thức P khi $x = 4$

2) Chứng minh: $Q = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

3) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để $A \geq 2$ với $A = P.Q$

Dạng 2. Xác suất thống kê

Bài 1. Biểu đồ hình quạt tròn dưới đây biểu diễn tần số tương đối của các môn thể thao được yêu thích của học sinh THCS của 1 trường hiện nay:



a) Hãy lập bảng tần số tương đối của biểu đồ trên.

b) Môn thể thao nào được học sinh THCS của 1 trường yêu thích nhất? Vì sao?

Bài 2. Một hộp chứa 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ và 1 viên bi trắng. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. An lần lượt lấy ra ngẫu nhiên từng viên bi từ trong hộp cho đến khi hết bi.

a. Xác định không gian mẫu của phép thử.

b. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: “Viên bi màu đỏ được lấy ra sau cùng”.

B: “Viên bi màu trắng được lấy ra trước viên bi màu đỏ”.

C: “Viên bi lấy ra đầu tiên không phải màu xanh”.

Bài 3. Một bác thợ đóng giày thống kê lại độ dài bàn chân (đơn vị: cm) của 60 khách hàng ở bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[27;28)	[28;29)	[29;30)	[30;31)	Cộng
Tần số (n)	8	18	24	10	60

1) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm.

2) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho mẫu số liệu trên.

Bài 4. 1). Một cuộc điều tra về thời gian một nhóm học sinh làm một bài kiểm tra trắc nghiệm cho kết quả như sau:

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Tần số	1	5	9	5

Cho biết có bao nhiêu học sinh tham gia điều tra và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho kết quả điều tra

2). Một toà nhà chung cư có 30 tầng, được đánh số lần lượt từ 1 đến 30. Bạn Bình vào thang máy ở tầng 1, bấm chọn ngẫu nhiên số một tầng để đi lên. Tính xác suất của các biến cố

A: “Bình đi lên tầng có số là một số nguyên tố”.

Bài 5. Có năm đoạn thẳng có độ dài lần lượt là 2; 4; 6; 8; 10 (cm). Lấy ngẫu nhiên ba đoạn thẳng trong năm đoạn thẳng trên. Tính xác suất của biến cố E : “Ba đoạn thẳng được lấy ra lập thành ba cạnh của một tam giác”

Dạng 3. Giải bài toán bằng cách lập phương trình, hệ phương trình

Bài 1. Hưởng ứng phong trào của hội đồng đội làm tấm kính chắn giọt bắn gửi các y bác sĩ chống dịch. Hai lớp 9A, 9B trong đợt 1 đã làm được 1500 chiếc tấm kính chắn giọt bắn. Để đáp ứng nhu cầu với tình hình dịch bệnh, nên trong đợt 2 lớp 9A vượt mức 70% và lớp 9B vượt mức 68% nên cả hai lớp đã làm được 2583 chiếc tấm kính chắn giọt bắn. Hỏi trong đợt 1 mỗi lớp làm được bao nhiêu tấm kính chắn giọt bắn?

Bài 2. Theo kế hoạch, một công nhân phải hoàn thành 60 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng do cải tiến kĩ thuật nên mỗi giờ người công nhân đó đã làm thêm 2 sản phẩm. Vì vậy, chẳng những đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 30 phút mà còn vượt mức 3 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm?

Bài 3. Hai tổ sản xuất cùng may một loại áo. Nếu tổ thứ nhất may trong 3 ngày, tổ thứ hai may trong 5 ngày thì cả hai tổ may được 1310 chiếc áo. Biết rằng trong mỗi ngày tổ thứ nhất may được nhiều hơn tổ thứ hai 10 chiếc áo. Hỏi mỗi tổ may trong một ngày được bao nhiêu chiếc áo?

Bài 4. Một phòng họp có 150 người được xếp đều trên các dãy ghế. Nếu thêm 66 người thì phải kê thêm 2 dãy ghế và mỗi dãy ghế tăng thêm 3 người. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu dãy ghế?

Bài 5. Dân số của một tỉnh là 420 nghìn người. Nếu sau một năm, dân số nội thành tăng 0,8% và dân số ngoại thành tăng 1,1% thì sau một năm dân số toàn tỉnh sẽ tăng 1%. . Hãy tìm dân số nội thành và dân số ngoại thành của tỉnh đó tính vào thời điểm hiện tại?

Bài 6. Tại hội khỏe phù đồng của thành phố Hà Nội, có 56 đội bóng đá đăng ký tham gia. Lúc đầu ban tổ chức dự kiến chia 56 đội thành các bảng đấu với số đội ở mỗi bảng bằng nhau. Tuy nhiên, đến ngày bốc thăm chia bảng thì có 1 đội không tham dự được, vì vậy ban tổ chức quyết định tăng thêm ở mỗi bảng 1 đội, do đó tổng số bảng đấu giảm đi 3 bảng. Hỏi số bảng dự kiến lúc đầu là bao nhiêu?

Bài 7. Giả sử giá tiền điện hàng tháng được tính theo bậc thang như sau:

Bậc 1: Từ 1kWh đến 100kWh thì giá điện là: 1500 đồng/kWh

Bậc 2: Từ 101kWh đến 150 kWh thì giá điện là: 2000 đồng/kWh

Bậc 3: Từ 151 kWh trở lên thì giá điện là: 4000 đồng/kWh

(Ví dụ: Nếu dùng 170kWh thì có 100 kWh tính theo giá bậc 1, có 50 kWh tính theo giá bậc 2 và có 20 kWh tính theo giá bậc 3)

Tháng 4 năm 2022 tổng số tiền điện của nhà bạn A và bạn B là 560000 đồng. So với tháng 4 thì tháng 5 tiền điện của nhà bạn A tăng 30%, nhà bạn B tăng 20%, do đó tổng số tiền của cả hai nhà trong tháng 5 là 701000 đồng. Hỏi tháng 4 nhà bạn A phải trả bao nhiêu tiền điện và dùng hết bao nhiêu kWh?

Dạng 4. Phương trình bậc hai, định lý Viete

Bài 1. Giải các phương trình sau

a) $x^2 - 2x = 0$

c) $x^2 - x = 3x + 1$

e) $x^2 - (2\sqrt{3} - 1)x - 2\sqrt{3} = 0$

b) $6x^2 - 13x - 5 = 0$

d) $(x - 1)^2 + 3x + 4 = 0$

g) $x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + 5\sqrt{3} - 8 = 0$

Bài 2. Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (1)

- a) Giải phương trình (1) với $m = -2$
- b) Chứng tỏ phương trình (1) luôn có nghiệm x_1, x_2 với mọi giá trị của m
- c) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có một nghiệm bằng 3. Tìm nghiệm còn lại.

Bài 3. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình: $x^2 - x - 1 = 0$. Lập phương trình bậc hai có hai nghiệm là $\frac{x_2 + 1}{x_1}; \frac{x_1 + 1}{x_2}$

Bài 4. Biết rằng phương trình bậc hai $x^2 + 4x + m = 0$ có một nghiệm là $x = -\sqrt{3}$. Tìm tổng các nghịch đảo hai nghiệm của phương trình trên.

Bài 5. Cho hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

- a) Tìm a biết đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(-2; 8)$.
- b) Vẽ đồ thị của hàm số với a vừa tìm được.
- c) Tìm các điểm thuộc đồ thị trên có tung độ $y = 2$

Bài 6. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $P(4; -4)$ thuộc đồ thị của hàm số $y = ax^2$.

- a) Tìm hệ số a .
- b) Vẽ đồ thị của hàm số với a vừa tìm được.
- c) Điểm $E(2; -1)$; $F(-2; 1)$ có thuộc đồ thị của hàm số hay không?

Bài 7. Một vật rơi tự do từ độ cao 461m so với mặt đất. Quãng đường chuyển động s (m) của vật phụ thuộc vào thời gian t (giây) được cho bởi công thức $s = 4,9t^2$.

- a) Sau 5 giây, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét? Tương tự, sau 8 giây vật cách mặt đất bao nhiêu mét?
- b) Sau bao lâu thì vật này tiếp đất?

Bài 8. Cho phương trình $2x^2 - 3x - 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 , không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1 - 1}{x_2 + 1} + \frac{x_2 - 1}{x_1 + 1}$

Bài 9. Cho phương trình: $x^2 + 3x - 10 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $A = \frac{x_1 + 2}{x_2} + \frac{x_2 + 2}{x_1}$

Bài 10. Cho phương trình: $x^2 + 5x + m = 0$ (*) có một nghiệm là $\frac{-\sqrt{13} - 5}{2}$

Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Dạng 5. Hình thực tế

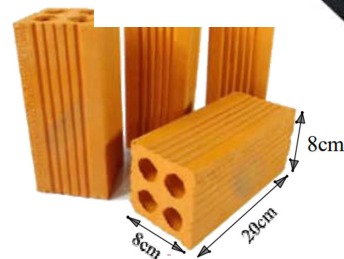
Bài 1. Một hộp đựng bóng tennis có dạng hình trụ. Biết rằng hộp chứa vừa khít ba quả bóng tennis được xếp theo chiều dọc, các quả bóng tennis có đường kính là 6,2cm và có kích thước như nhau.

- a) Tính thể tích hộp đựng bóng tennis
- b) Tính thể tích phần không gian còn trống bên trong là bao nhiêu? (Bỏ qua độ dày của vỏ hộp) (Lấy $\pi \approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Bài 2. Bạn Toán đi mua giúp bố cây lăn sơn ở cửa hàng nhà bác Học. Một cây lăn sơn tường có dạng một khối trụ với bán kính đáy là 5 cm và chiều cao là 23 cm (hình vẽ bên). Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 1000 vòng thì cây sơn tường có thể bị hỏng. Hỏi bạn Toán cần mua ít nhất mấy cây lăn sơn tường biết diện tích tường mà bố bạn Toán cần sơn là 3100 (Cho $\pi=3,14$)



Bài 3. Gạch ống là một sản phẩm được tạo hình thành từ đất sét và nước, được kết hợp lại với nhau theo một công thức chung hợp lý mới có thể tạo ra hỗn hợp dẻo quánh, sau đó chúng được đổ vào khuôn, rồi đem phơi hoặc sấy khô và cuối cùng là đưa vào lò nung. Một viên gạch hình hộp chữ nhật có kích thước dài 20cm, rộng 8 cm Bên trong có bốn lỗ hình trụ bằng nhau có đường kính 2,5 cm.



a) Tính thể tích đất sét để làm một viên gạch. (lấy $\pi=3,14$)

b) Theo toán học, bác Ba muốn xây một ngôi nhà phải mua 10 nghìn gạch, giá một viên là 1100 đồng. Nhưng khi thi công, bác Ba phải mua dư 2% số gạch cần dùng dự phòng cho hư hao. Tính số tiền bác Ba mua gạch để xây căn nhà, biết 1 viên gạch là 1000 viên.

Bài 4. Một hộp bóng hình trụ chứa vừa khít 3 quả bóng tennis có đường kính 6,5cm như hình.

a) Tính diện tích bề mặt và thể tích của mỗi quả bóng

b) Tính diện tích xung quanh và thể tích của hộp bóng.



Dạng 6. Hình tổng hợp

Bài 1. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Kẻ đường kính AQ của đường tròn (O) cắt cạnh BC tại I.

1) Chứng minh bốn điểm A, F, H, E cùng thuộc một đường tròn.

2) Gọi P là giao điểm của AH và EF. Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{CAQ}$

3) Chứng minh rằng: $\triangle AEP \sim \triangle ABI$ và $PI \parallel HQ$

Bài 2. Cho đường tròn (O), từ điểm A ở ngoài đường tròn vẽ hai tiếp tuyến AB và AC (B, C là các tiếp điểm). OA cắt BC tại E.

a) Chứng minh tứ giác ABOC nội tiếp.

b) Chứng minh BC vuông góc với OA và $BA \cdot BE = AE \cdot BO$.

c) Gọi I là trung điểm của BE, đường thẳng qua I và vuông góc với OI cắt các tia AB, AC theo thứ tự tại D và F. Chứng minh F là trung điểm của AC.

Bài 3. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) và điểm M bất kỳ thuộc cung nhỏ AC sao cho $\triangle BCM$ nhọn ($M \neq A; C$). Gọi E và F lần lượt là chân đường vuông góc kẻ từ M đến BC; AC, P là trung điểm của AB, Q là trung điểm của EF. Chứng minh:

a) Chứng minh tứ giác MFEC nội tiếp.

b) $\triangle FEM \sim \triangle ABM$,

c) $MA \cdot MQ = MP \cdot MF$ và $\triangle PQM$ vuông.

Bài 4. Cho đường tròn (O) và tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), các đường cao AD, BE cắt nhau tại H, kẻ BF vuông góc với tiếp tuyến tại A của (O); Gọi I là trực tâm của tam giác BEF, CI cắt AF tại K. Chứng minh:

a) Chứng minh các điểm A; B; D; E; F cùng thuộc một đường tròn.

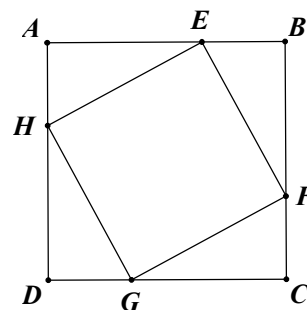
b) $AK \cdot EC = AF \cdot AC$ và $\widehat{ABF} = \widehat{CBE}$.

c) Kẻ $AM \perp BK$. Chứng minh: BA là phân giác của góc KBC và $M; E; I$ thẳng hàng.

Dạng 7. Toán nâng cao

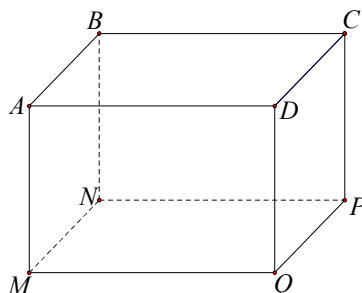
Bài 1. Một gia đình muốn xây một hồ chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 400 m^3 đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp bốn lần chiều rộng. Giá thuê nhân công xây bể là $500\,000$ đồng/ m^2 (bao gồm cả diện tích tường và đáy bể). Hỏi chi phí thuê nhân công thấp nhất mà gia đình đó phải trả để xây hồ chứa nước là bao nhiêu triệu đồng?

Bài 2. Bác Bình có mảnh vườn hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 10m . Ở bốn góc vườn, bác Bình muốn trồng hoa thành các hình tam giác vuông bằng nhau (hình vẽ). Hãy tính khoảng cách từ góc vườn A đến vị trí E sao cho tứ giác $EFGH$ có chu vi nhỏ nhất.



Bài 3. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy móc có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ (người này sẽ giám sát tất cả các máy hoạt động). Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí sản xuất là thấp nhất?

Bài 4. Bác An muốn đặt đóng một chiếc hộp đựng quà lưu niệm có dạng hình hộp chữ nhật với mặt đáy $ABCD$ là hình vuông như hình dưới đây.



Để món quà trở nên đặc biệt, bác An muốn mạ bốn mặt xung quanh và mặt đáy dưới (mặt $MNPQ$) của chiếc hộp bằng kim loại quý (không mạ nắp hộp). Em hãy tìm độ dài cạnh MN của mặt đáy và chiều cao AM của hộp quà sao cho tổng diện tích các mặt được mạ kim loại quý của chiếc hộp là nhỏ nhất biết rằng thể tích của chiếc hộp là 4dm^3 .

BGH duyệt

Tổ nhóm chuyên môn

Người lập

Kiều Thị Tâm

Nguyễn Khánh Huyền