

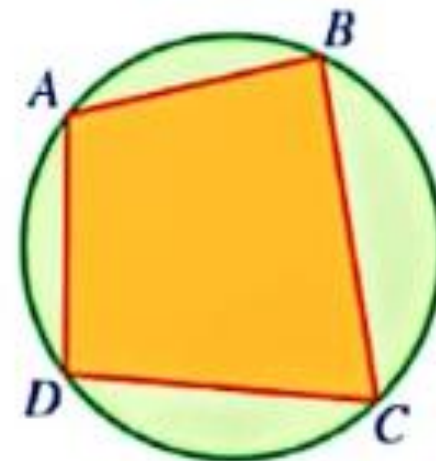


CÂU HỎI TÌNH HUỐNG

Hình 19 minh họa một đường tròn và tứ giác $ABCD$ có bốn đỉnh thuộc đường tròn.



Tứ giác $ABCD$ được gọi là gì?



Hình 19

BÀI 2. TỨ GIÁC NỘI TIẾP

NỘI TIẾP ĐƯỜNG TRÒN



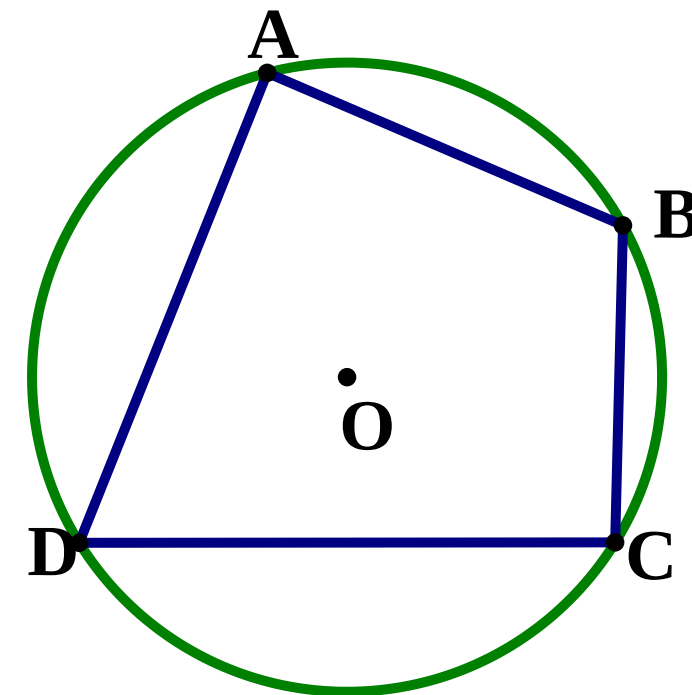
I. ĐỊNH NGHĨA

Quan sát hình 20 và cho biết các đỉnh của tứ giác ABCD có thuộc đường tròn (O) không?

Trả lời

Các đỉnh của tứ giác ABCD cùng thuộc đường tròn (O).

Tứ giác ABCD có bốn đỉnh cùng thuộc đường tròn (O) được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn.



Hình 20

Vậy thế nào là tứ giác nội tiếp đường tròn.

Tứ giác có bốn đỉnh cùng thuộc đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (hay còn gọi là tứ giác nội tiếp).

Nội dung câu trả lời chính là định nghĩa tứ giác nội tiếp

I. ĐỊNH NGHĨA

Tứ giác có bốn đỉnh cùng thuộc đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (hay còn gọi là tứ giác nội tiếp).

Tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O), thì đường tròn (O) được gọi là gì của tứ giác ABCD?

Trả lời

Đường tròn (O) được gọi là đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABCD.

Nội dung câu trả lời chính là phần chú ý.

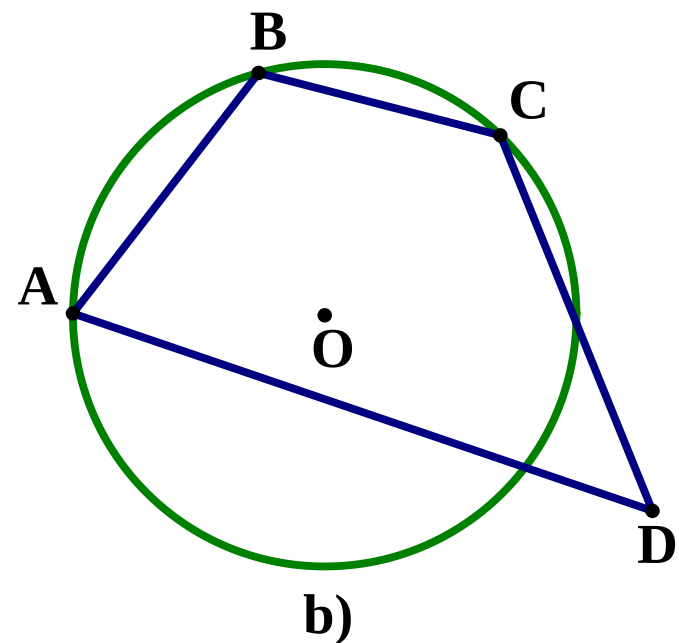
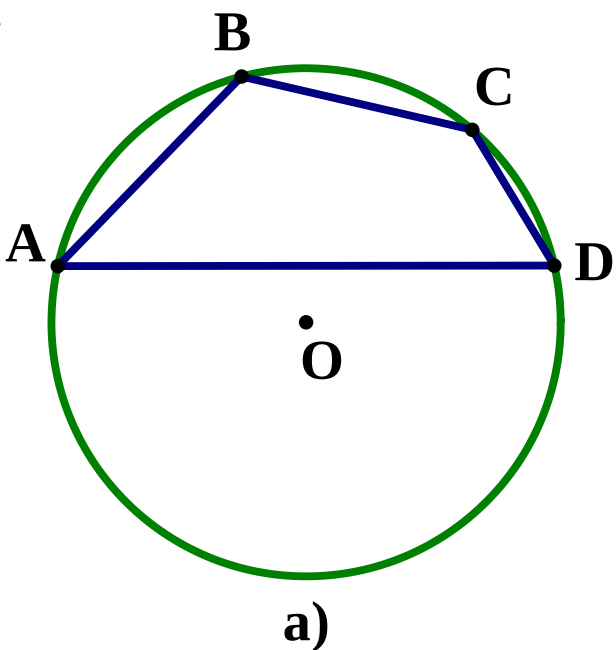
Chú ý: Trong hình 20, tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp và đường tròn (O) được gọi là đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABCD

Ví dụ Trong các hình 21a, 21b, ở hình nào ta có tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O)? Vì sao?

Giải

- Ở hình 21a, đường tròn (O) là đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABCD vì nó đi qua bốn đỉnh A, B, C, D của tứ giác đó.

- Ở hình 21b, đường tròn (O) không là đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABCD vì nó không đi qua bốn đỉnh A, B, C, D của tứ giác đó.

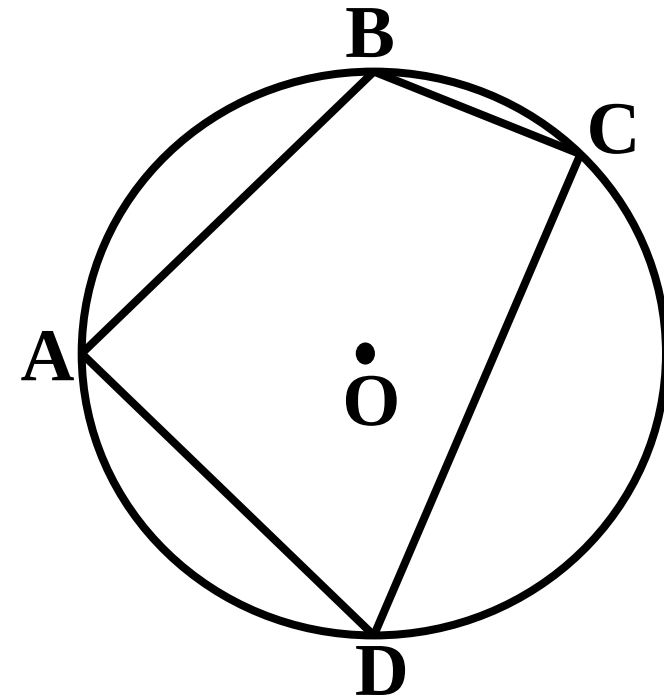


Hình 21



1 Dùng thước thẳng và compa vẽ một tứ giác nội tiếp đường tròn theo các bước sau.

- Vẽ một đường tròn
- Vẽ tứ giác có bốn đỉnh thuộc đường tròn



II. TÍNH CHẤT



Trong hình 22, cho biết $\angle AOC = \alpha$.
Tính số đo của các cung và góc sau theo α

- a) $\angle ADC$, $\angle ABC$; b) $\angle ABC$, $\angle ADC$; c) $\angle ADC + \angle ABC$.

Giải

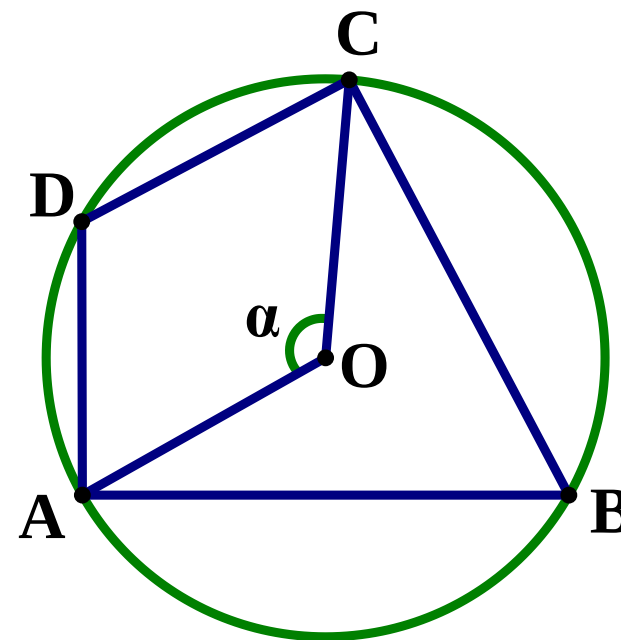
a) $\angle ADC = \angle AOC = \alpha$, $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \alpha$

b) $\angle ABC = 360^\circ - \angle ADC = 360^\circ - \alpha$, $\angle ADC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} (360^\circ - \alpha) = 180^\circ - \frac{1}{2} \alpha$.

c) $\angle ADC + \angle ABC = 180^\circ - \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{2} \alpha = 180^\circ$

Tính chất

Trong một tứ giác nội tiếp đường tròn, tổng số đo hai góc đối bằng 180° .



Hình 22

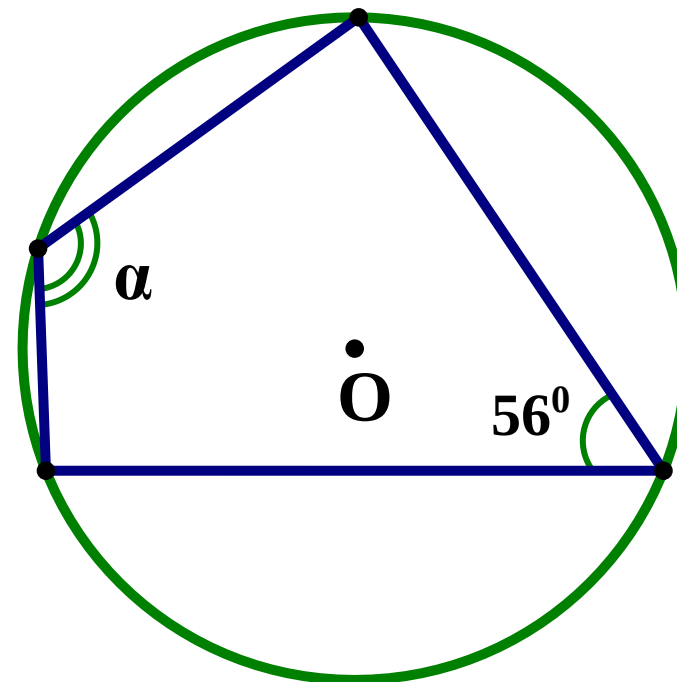
Ví dụ 2. Tìm α trong Hình 23

Giải

Từ Hình 23, ta có $\alpha + 56^\circ = 180^\circ$ (Tổng hai góc đối của của tứ giác nội tiếp)

$$\text{Suy ra } \alpha = 180^\circ - 56^\circ$$

$$\alpha = 124^\circ$$



Hình 23



Cho đường tròn (O) ngoại tiếp tam giác đều ABC và điểm M thuộc cung nhỏ BC (M khác B và C). Tính số đo góc BMC.

Giải

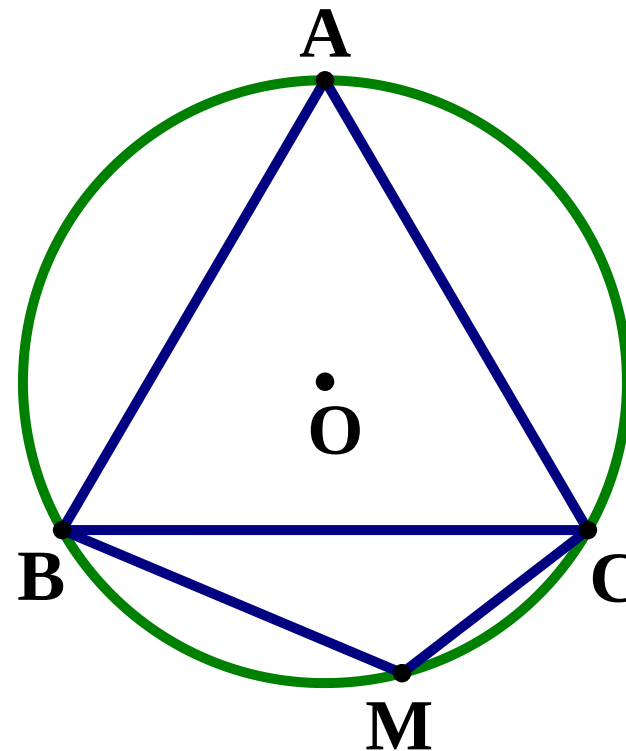
Ta có, tam giác ABC đều nên $\angle BAC = 60^\circ$

Mà tứ giác ABMC nội tiếp đường tròn

Suy ra $\angle BAC + \angle BMC = 180^\circ$

Hay: $60^\circ + \angle BMC = 180^\circ$

$\angle BMC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$



III. HÌNH CHỮ NHẬT, HÌNH VUÔNG NỘI TIẾP ĐƯỜNG TRÒN.

1. Hình chữ nhật nội tiếp đường tròn

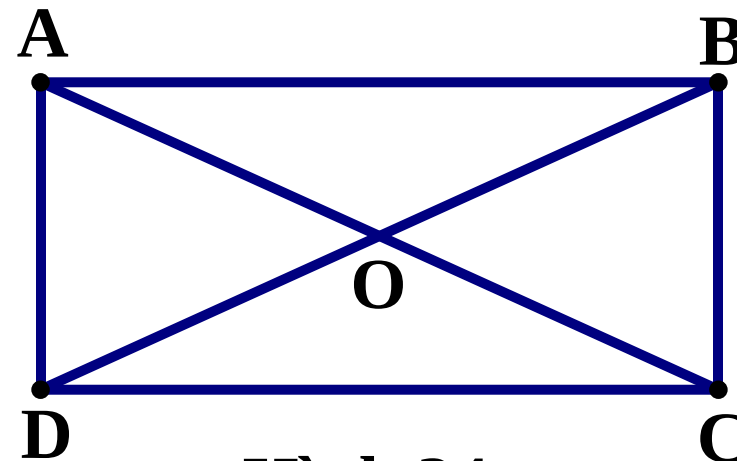
 Cho hình chữ nhật ABCD, AC cắt BD tại O (Hình 24). Đặt $R = OA$ và vẽ đường tròn (O, R) . Các điểm A, B, C, D có thuộc (O, R) không?

Giải

Ở hình 24, ta có ABCD là hình chữ nhật có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O nên $OA = OB = OC = OD$

Mà $OA = R$, Suy ra $OA = OB = OC = OD = R$.

Do đó các điểm A, B, C, D có thuộc (O, R) .



Hình 24



- Mỗi hình chữ nhật là một tứ giác nội tiếp đường tròn.
- Tâm của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật là giao điểm của hai đường chéo và mỗi đường chéo là một đường kính của đường tròn đó.

Ví dụ 3. Cửa ra vào ở *Hình 25* gợi nên hình ảnh hình chữ nhật nội tiếp đường tròn. Biết hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là 2m và 1,2m. Hỏi đường kính d của đường tròn đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Giải

Áp dụng định lí Pythagore, ta có $d^2 = 1,2^2 + 2^2 = 5,44$

Suy ra: $d = \sqrt{5,44} \approx 2,33(\text{m})$

Vậy đường kính d của đường tròn đó khoảng 2,33 m.



(Nguồn: <https://www.shutterstock.com>)

Hình 25



Người ta làm một logo có dạng một hình tròn, trong đó có một hình chữ nhật nội tiếp đường tròn với chiều dài và chiều rộng lần lượt là 8cm và 6cm. Hình chữ nhật được tô màu xanh còn phần khác của logo được tô màu đỏ. Tính diện tích phần được tô màu đỏ.

Giải

Áp dụng định lí Pythagore, ta có $d^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

Suy ra: $d = \sqrt{100} = 10(\text{cm})$

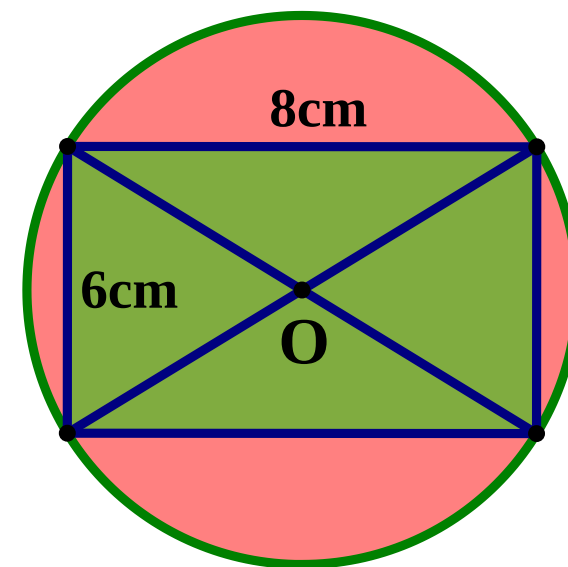
Bán kính của hình tròn là: $R = d:2 = 10:2 = 5(\text{cm})$

Diện tích của hình tròn là: $S = \pi.R^2 = 3,14.5^2 = 78,5(\text{cm}^2)$

Diện tích của hình chữ nhật tô màu xanh là: $S' = 8.6 = 48(\text{cm}^2)$

Diện tích phần được tô màu đỏ là

$$78,5 - 48 = 30,5(\text{cm}^2)$$



1. Hình vuông nội tiếp đường tròn



Cho hình vuông ABCD, AC cắt BD tại O (Hình 26).

a) Mỗi đường chéo của hình vuông ABCD có phải là đường kính của đường tròn ngoại tiếp hình vuông đó hay không?

b) Cho biết $AB = a$, tính OA theo a.

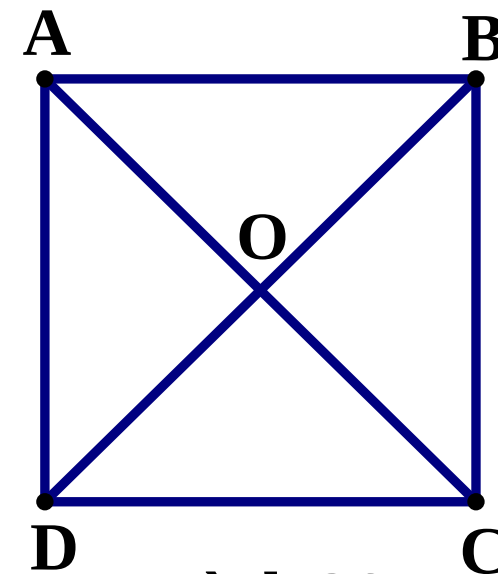
Giải

a) Hình vuông ABCD cũng là hình chữ nhật mà mỗi đường chéo là một đường kính của đường tròn ngoại tiếp của hình chữ nhật nên mỗi đường chéo của hình vuông ABCD cũng là đường kính của đường tròn ngoại tiếp hình vuông đó.

b) Áp dụng định lý Pythagore, ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$

Suy ra: $AC = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$

Vậy: $OA = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$



Hình 26

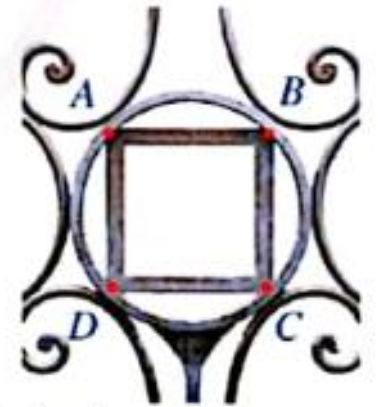


- Mỗi hình vuông là một tứ giác nội tiếp đường tròn.
- Tâm của đường tròn ngoại tiếp hình vuông là giao điểm của hai đường chéo và mỗi đường chéo là một đường kính của đường tròn đó.
- Bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình vuông cạnh a là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Ví dụ 4: Quan sát khung sắt ở Hình 27, bạn Nam thấy hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn. Bạn Nam đo độ dài cạnh hình vuông dài 2dm. Hỏi chu vi của vòng sắt ứng với đường tròn ngoại tiếp hình vuông đó bằng bao nhiêu decimét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Giải

Vì độ dài cạnh của hình vuông ABCD là 2dm nên bán kính của đường tròn ngoại tiếp hình vuông đó là $\frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ (dm). Vậy chu vi của vòng tròn sắt ứng với đường tròn ngoại tiếp hình vuông đó là $2\sqrt{2}\pi \approx 8,9$ (dm).



(Nguồn: <https://www.maa.org>)

Hình 27



Tính tỉ số giữa chu vi của một hình vuông và chu vi của đường tròn ngoại tiếp của hình vuông đó.

Giải

Gọi cạnh của hình vuông là a

Chu vi của hình vuông là $4a$

Bán kính của đường tròn ngoại tiếp của hình vuông đó là $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Chu vi của đường tròn ngoại tiếp của hình vuông đó là $\frac{2.\pi a\sqrt{2}}{2} \approx 4,44a$

Tỉ số giữa chu vi của một hình vuông và chu vi của đường tròn ngoại tiếp của hình vuông đó là

$$\frac{4a}{4,44a} = \frac{100}{111}$$

$$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

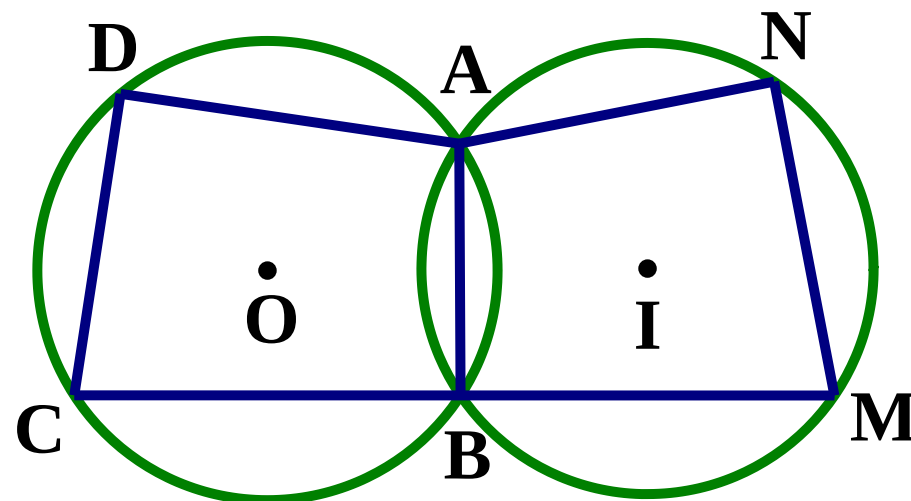
BÀI TẬP

Bài 1. Quan sát Hình 28 và cho biết hai đường tròn (O) và (I), đường tròn nào ngoại tiếp tứ giác ABCD, đường tròn nào ngoại tiếp tứ giác ABMN.

Giải

Đường tròn (O) ngoại tiếp tứ giác ABCD.

Đường tròn (I) ngoại tiếp tứ giác ABMN.



Hình 28

Bài 2. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Tính số đo các góc còn lại của tứ giác đó trong mỗi trường hợp sau:

a) $A = 60^0, B = 125^0;$

b) $B = 95^0, C = 67^0;$

c) $C = 75^0, D = 115^0;$

d) $D = 103^0, A = 117^0.$

Giải

Ta có tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) nên

a) $A + C = 180^0$ (tổng hai góc đối)

Suy ra : $C = 180^0 - A = 180^0 - 60^0 = 120^0$

$B + D = 180^0$ (tổng hai góc đối)

Suy ra : $D = 180^0 - B = 180^0 - 125^0 = 55^0$

Bài 2. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Tính số đo các góc còn lại của tứ giác đó trong mỗi trường hợp sau:

a) $A = 60^{\circ}, B = 125^{\circ};$

b) $B = 95^{\circ}, C = 67^{\circ};$

c) $C = 75^{\circ}, D = 115^{\circ};$

d) $D = 103^{\circ}, A = 117^{\circ}.$

Giải

Ta có tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) nên

b) $B + D = 180^{\circ}$ (tổng hai góc đối)

Suy ra : $D = 180^{\circ} - B = 180^{\circ} - 95^{\circ} = 85^{\circ}$

$A + C = 180^{\circ}$ (tổng hai góc đối)

Suy ra : $A = 180^{\circ} - C = 180^{\circ} - 67^{\circ} = 113^{\circ}$

Bài 2. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Tính số đo các góc còn lại của tứ giác đó trong mỗi trường hợp sau:

a) $A = 60^0, B = 125^0;$

b) $B = 95^0, C = 67^0;$

c) $C = 75^0, D = 115^0;$

d) $D = 103^0, A = 117^0.$

Giải

Ta có tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) nên

c) $A + C = 180^0$ (tổng hai góc đối)

Suy ra : $A = 180^0 - C = 180^0 - 75^0 = 105^0$

$B + D = 180^0$ (tổng hai góc đối)

Suy ra : $B = 180^0 - D = 180^0 - 115^0 = 65^0$

Bài 2. Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O). Tính số đo các góc còn lại của tứ giác đó trong mỗi trường hợp sau:

a) $A = 60^{\circ}, B = 125^{\circ};$

b) $B = 95^{\circ}, C = 67^{\circ};$

c) $C = 75^{\circ}, D = 115^{\circ};$

d) $D = 103^{\circ}, A = 117^{\circ}.$

Giải

Ta có tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn (O) nên

d) $B + D = 180^{\circ}$ (tổng hai góc đối)

Suy ra : $D = 180^{\circ} - B = 180^{\circ} - 103^{\circ} = 77^{\circ}$

$A + C = 180^{\circ}$ (tổng hai góc đối)

Suy ra : $C = 180^{\circ} - A = 180^{\circ} - 117^{\circ} = 63^{\circ}$

Bài 3. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) thỏa mãn $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle ACB = 70^\circ$.
Giả sử D là điểm thuộc cung BC không chứa A. Tính số đo góc BDC.

Giải

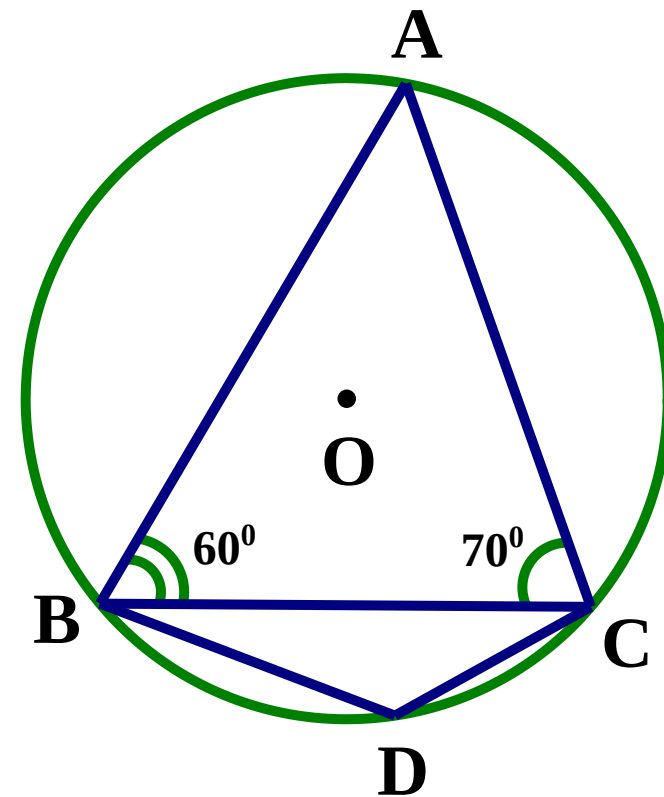
Ta có $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$ (tổng ba góc của tam giác)

$$\text{Suy ra : } \angle BAC = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$$

Tứ giác ABDC nội tiếp đường tròn (O) nên

$$\angle BDC + \angle BAC = 180^\circ \text{ (tổng hai góc đối)}$$

$$\text{Suy ra : } \angle BDC = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$



Bài 4. Mặt trên của tấm đệm có dạng hình tròn ở Hình 29 gọi nên hình ảnh đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật. Biết hình chữ nhật có chiều rộng, chiều dài lần lượt là 3 dm, 5 dm. Tính độ dài đường kính mặt trên của tấm đệm, từ đó tính diện tích mặt trên của tấm đệm (theo đơn vị decimét vuông và làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Giải

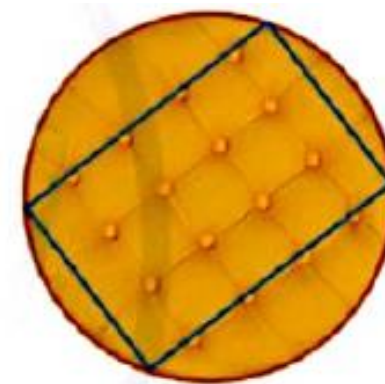
Áp dụng định lí Pythagore, ta có $d^2 = 3^2 + 5^2 = 34$

Suy ra: $d = \sqrt{34} \approx 5,83(\text{dm})$

Bán kính hình tròn mặt trên của tấm đệm là: $R = \frac{d}{2} \approx \frac{5,83}{2} = 2,915(\text{dm})$

Diện tích hình tròn mặt trên của tấm đệm là

$$S = \pi R^2 \approx 3,14.(2,915)^2 \approx 26,68(\text{dm}^2)$$



(Ảnh: Luca pbl)

Hình 29

Bài 5. Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) nội tiếp đường tròn.
Chứng minh rằng hình thang ABCD là hình thang cân.

Giải

Ta có $AB \parallel CD$ (GT) nên $AD = BC$

$$\widehat{BCD} = \frac{\widehat{s\grave{a}BAD}}{2} = \frac{\widehat{s\grave{a}AD} + \widehat{s\grave{a}AB}}{2} \quad (\text{góc nội tiếp chắn cung BAD}) \quad (1)$$

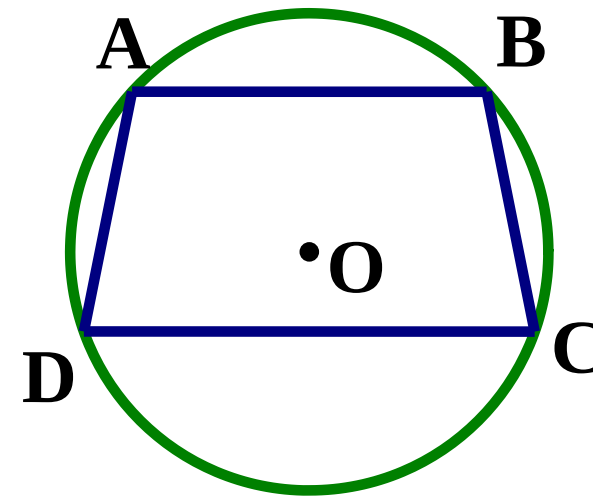
$$\widehat{ADC} = \frac{\widehat{s\grave{a}ABC}}{2} = \frac{\widehat{s\grave{a}BC} + \widehat{s\grave{a}AB}}{2} \quad (\text{góc nội tiếp chắn cung ADC}) \quad (2)$$

$$\text{Mà } AD = BC \text{ nên } \widehat{s\grave{a}AD} = \widehat{s\grave{a}BC} \quad (3)$$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{BCD} = \widehat{ADC}$

Hình thang ABCD ($AB \parallel CD$) có $\widehat{BCD} = \widehat{ADC}$

Do đó hình thang ABCD là hình thang cân.



Bài 6. Cho tứ giác nội tiếp ABCD có hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại I.

a) Hai góc ABD và ACD có bằng nhau không? Vì sao?

b) Chứng minh $\triangle IAB \sim \triangle IDC$ và $IA \cdot IC = IB \cdot ID$.

Giải

a) Hai góc ABD và ACD bằng nhau. Vì hai góc nội tiếp cùng chắn cung AD

b) Xét hai tam giác IAB và IDC có:

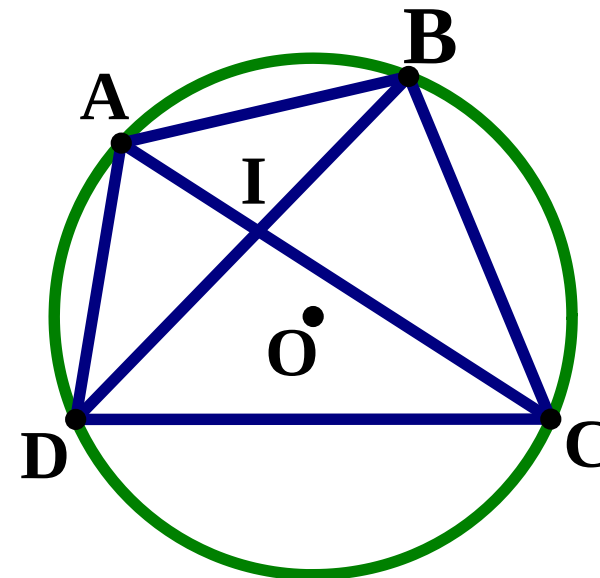
$$\angle ABD = \angle ACD \quad (\text{theo câu a})$$

$$\angle AIB = \angle CID \quad (\text{hai góc đối đỉnh})$$

Suy ra : $\triangle IAB \sim \triangle IDC$ (G.G)

$$\text{Suy ra : } \frac{IA}{ID} = \frac{IB}{IC}$$

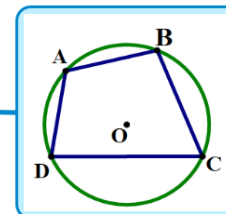
$$\text{Suy ra : } IA \cdot IC = IB \cdot ID$$



TỨ GIÁC NỘI TIẾP ĐƯỜNG TRÒN

Định nghĩa

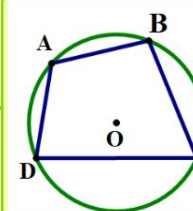
Tứ giác có bốn đỉnh cùng thuộc đường tròn được gọi là tứ giác nội tiếp đường tròn (hay còn gọi là tứ giác nội tiếp).



Tứ giác ABCD là tứ giác nội tiếp và đường tròn (O) được gọi là đường tròn ngoại tiếp tứ giác ABCD

Tính chất

Trong một tứ giác nội tiếp đường tròn, tổng số đo hai góc đối bằng 180°

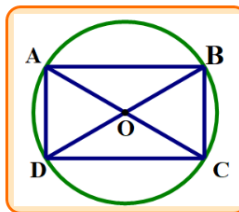


Tứ giác ABCD nội tiếp
ta suy ra:

$$\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$$

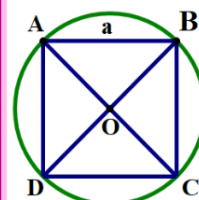
$$\text{Hoặc } \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

Hình chữ nhật nội tiếp đường tròn



Hình chữ nhật ABCD nội tiếp đường tròn (O), hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại tâm O, hai đường chéo AC và BD là hai đường kính.

Hình vuông nội tiếp đường tròn



$$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (O), hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại tâm O, hai đường chéo AC và BD là hai đường kính.

HƯỚNG DẪN VỀ NHÀ



Ôn tập lý thuyết. Xem lại các bài tập đã làm trong tiết học.



Làm các bài tập trong sách bài tập,



A decorative arrangement of pink roses and red hearts in the top right corner of the image.

**Cảm ơn
các thầy cô giáo và các em!**

**Chúc các thầy cô giáo mạnh khỏe, hạnh phúc,
Các em luôn chăm ngoan, học tốt!**

A white envelope is visible in the bottom left corner of the image.